

Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Донецкий государственный университет»

Факультет математики и информационных технологий
Кафедра математического анализа и дифференциальных уравнений

УТВЕРЖДАЮ
проректор

_____ П. А. Машаров
«17» апреля 2025 г.
МП

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Укрупненная группа направлений подготовки	01.00.00 Математика и механика
Программа высшего образования	Программа магистратуры
Направление подготовки	01.04.01 Математика
Направленность (профиль) образовательной программы	Математика
Квалификация	Магистр
Форма обучения	Очная

Рабочая программа может быть адаптирована для лиц
с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Донецк 2025

Рабочая программа дисциплины **«Интегральные преобразования»** для обучающихся по направлению подготовки 01.04.01 Математика (Профиль: Математика), составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – магистратура по направлению подготовки 01.04.01 Математика, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 января 2018 г. № 12 (с изм. и доп.), Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 06 апреля 2021 г. № 245 (с изм. и доп.), в соответствии с учебным планом, утвержденным Ученым советом ФГБОУ ВО «ДонГУ» для набора 2025 года.

Разработчик:

доцент кафедры математического анализа и
дифференциальных уравнений,
канд. физ.-мат. наук

Л. Л. Оридорога

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений.
Протокол от 08.04.2025 г. № 9а

Заведующий кафедрой

В. В. Волчков

СОГЛАСОВАНО:

Декан факультета математики и
информационных технологий
16.04.2025 г.

И. А. Моисеенко

Учебно-методическая комиссия факультета математики и информационных технологий.
Протокол от 16.04.2025 г. № 3.
Председатель

Л. И. Селякова

Руководитель основной образовательной
программы, д-р физ.-мат. наук, проф.
16.04.2025 г.

В. В. Волчков

1. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

1.1. Требования к предварительной подготовке обучающихся, предшествующие и сопутствующие дисциплины, на которых основывается изучение данной:

базовая подготовка по математике в объеме программы средней школы;

дисциплины программы бакалавриата: Математический анализ, Комплексный анализ, Функциональный анализ, Теория меры и интеграла.

1.2. Дисциплины, курсовые работы и практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее:

Современные проблемы математики, Математические модели в современном мире, Научный семинар по вопросам математического анализа, Гармонический анализ, Производственная практика: научно-исследовательская работа, Производственная практика: преддипломная практика, Выполнение и защита выпускной квалификационной работы.

2. ОПИСАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1. Общая характеристика

Наименование показателя	Значение показателя
Название образовательной программы	01.04.01 Математика (профиль: Математика)
Шифр и название в соответствии с учебным планом	Б1.Б.9 Интегральные преобразования
Часть образовательной программы	Базовая часть
Количество зачетных единиц / всего часов	3 / 108

В случае предъявления от обучающегося или его родителя (законного представителя) заявления на обучение по адаптированной образовательной программе высшего образования, подкрепленного заключением психолого-медико-педагогической комиссии (ПМПК) или медико-социальной экспертизы (МСЭ) с рекомендациями создания индивидуальной программы реабилитации и абилитации (ИПРА), данная рабочая программа может быть адаптирована с учетом индивидуальных особенностей здоровья обучающегося.

2.2. Распределение часов по формам и периодам обучения

Форма обучения	курс	семестр	Общее количество часов					Форма контроля
			лекционных	лабораторных	практических	самостоятельной работы + контроль	всего	
Очная	1	1	34	–	17	57	108	экзамен

3. ЦЕЛИ ДИСЦИПЛИНЫ

Углубленная подготовка в области анализа (вещественного и комплексного); овладение методами вычисления интегральных преобразований; овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования в науке и приложениях; формирование у студентов научного подхода.

4. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ КОМПОНЕНТА ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ, ИХ ИНДИКАТОРЫ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

4.1. Компетенции

ОПК-1. Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики

4.2. Индикаторы компетенций

ОПК-1.1. Применяет классические и современные математические методы для решения фундаментальных и прикладных задач, связанных с интегральными преобразованиями

4.3. Результаты обучения

ОПК-1.1.1. Знает определения и утверждения, методы решения задач, приёмы доказательства утверждений, методы интегральных преобразований, применяемые для решения профессиональных задач.

ОПК-1.1.2. Умеет выбирать и использовать необходимые математические методы и вычислительные средства, решать задачи дисциплины (находить преобразование Фурье, Лапласа, применять их для решения дифференциальных уравнений и других математических задач).

ОПК-1.1.3. Аргументированно выбирает метод решения задачи, устанавливает свойства математических объектов, закономерности между ними, доводит решение задачи до приемлемого (числового или символьного) результата, оценивает и анализирует полученный результат, строит математические модели для решения профессиональных задач.

5. ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Название темы	Краткое содержание темы (вопросы темы)
Раздел 1. Преобразование Фурье на L^1	1.1. Определение, примеры преобразования Фурье 1.2. Свойства преобразования Фурье 1.3. Методы вычисления преобразования Фурье
Раздел 2. Преобразование Фурье-Планшереля	2.1. Определение 2.2. Связь с преобразованием Фурье 2.3. Свойства 2.4. Преобразование Фурье на L^p , $1 \leq p \leq 2$. Теорема Винера-Пэли
Раздел 3. Преобразование Лапласа и его применения	3.1. Определение, примеры 3.2. Свойства, таблица преобразований 3.3. Применение в дифференциальных уравнениях 3.4. Решение систем дифференциальных уравнений и интегральных уравнений 3.5. Дискретное преобразование Лапласа
Раздел 4. Многомерное преобразование Фурье. Функции Бесселя. Преобразование Ганкеля и другие	4.1. Определения многомерного преобразования Фурье 4.2. Функции Бесселя 4.3. Преобразования Ганкеля и другие 4.4. Свойства преобразований и функций Бесселя

6. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Форма обучения – очная, курс – 1, семестр – 1

Наименования разделов и тем	Количество часов				
	Лекц.	Лабор.	Практ.	СРС+К	Всего
Раздел 1. Преобразование Фурье на L_1	10		4	14	28
Определение, примеры преобразования Фурье	2		1	4	7
Свойства преобразования Фурье	4		1	4	9
Методы вычисления преобразования Фурье	4		2	6	12
Раздел 2. Преобразование Фурье-Планшереля	8		3	10	21
Определение и связь с преобразованием Фурье	2		1	4	7
Свойства преобразования Фурье-Планшереля	2		1	2	5
Преобразование Фурье на L_p , $1 \leq p \leq 2$. Теорема Винера-Пэли	4		1	4	9
Раздел 3. Преобразование Лапласа и его применения	8		8	20	36
Определение, примеры	2		2	4	8
Свойства, таблица преобразований	2		1	4	7
Применение в дифференциальных уравнениях	1		2	4	7
Решение систем дифференциальных уравнений и интегральных уравнений	1		2	4	7
Дискретное преобразование Лапласа	2		1	4	7
Раздел 4. Многомерное преобразование Фурье. Функции Бесселя. Преобразование Ганкеля и другие	8		2	13	23
Определения многомерного преобразования Фурье	2			3	5
Функции Бесселя	2		1	3	6
Преобразования Ганкеля и другие	2			3	5
Свойства преобразований и функций Бесселя	2		1	4	7
ИТОГО ЗА СЕМЕСТР / ПО КОМПОНЕНТУ ОПОП	34	–	17	57	108

7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ (СРЕДСТВА) ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

7.1. Контрольные вопросы

Раздел 1

1. Понятие интегрального преобразования. Примеры. Основные задачи теории интегральных преобразований. Преобразование Фурье интегрируемых функций.

2. Ограниченность и равномерная непрерывность преобразования Фурье. Лемма Римана-Лебега. Преобразование Фурье чётных и нечётных функций.

3. Связь между гладкостью функции и скоростью убывания её преобразования Фурье. Связь между скоростью убывания функции и гладкостью её преобразования Фурье. Преобразование Фурье на комплексной плоскости.

4. Свёртка функций на действительной оси. Преобразование Фурье свёртки. Формула Бореля.

5. Формула умножения для преобразования Фурье. Формулы обращения. Теорема единственности.

Раздел 2

6. Определение преобразования Фурье-Планшереля. Примеры.

7. Простейшие свойства преобразования Фурье-Планшереля. Равенство Парсеваля. Теорема единственности. Формула умножения. Формула обращения.

8. Альтернативное определение преобразования Фурье-Планшереля и формулы обращения.

9. Функции Эрмита. Многочлены Чебышёва-Эрмита.

10. Определение преобразования Фурье-Планшереля в терминах функции Эрмита. Спектр преобразования Фурье-Планшереля. Преобразование Фурье на пространствах L_p .

11. Образы некоторых функциональных пространств относительно преобразования Фурье.

12. Теорема Виннера-Пэли.

Раздел 3

13. Определение и примеры преобразования Лапласа.

14. Свойства преобразования Лапласа.

15. Обращение преобразования Лапласа.

16. Применение преобразования Лапласа для решения дифференциальных уравнений.

17. Применение преобразования Лапласа для решения систем дифференциальных уравнений.

18. Применение преобразования Лапласа для решения интегральных уравнений.

19. Дискретное преобразование Лапласа и его применение.

Раздел 4

20. Многомерное преобразование Фурье. Свойства симметрии преобразования Фурье.

21. Определение функций Бесселя. Формулы дифференцирования. Дифференциальное уравнение. Интегральное представление Пуассона.

22. Интеграл Бесселя. Преобразование Фурье радиальных функций. Преобразование Ганкеля.

23. Преобразование Меллина. Примеры.

24. Интегрально-геометрические преобразования. Преобразование Радона на плоскости. Формула обращения преобразования Радона на плоскости.

7.2. Темы докладов (рефератов)

1. Свойства симметрии преобразования Фурье.

2. Функции Бесселя. Формулы дифференцирования. Дифференциальное уравнение. Интегральное представление Пуассона.

3. Связь преобразований Меллина и Фурье. Формула обращения для преобразования Меллина. Равенство Парсеваля. Мультипликативная свёртка и её связь с преобразованием Меллина.

4. Преобразование Радона на плоскости. Формула обращения преобразования Радона на плоскости.

5. Преобразование Минковского-Функа. Теорема о ядре.
6. Интегральное преобразование, связанное с полусферами на сфере. Описание ядра.

7.3. Темы письменных работ (типы задач)

Контрольные работы по практике по темам:

- преобразование Фурье (нахождение преобразования Фурье, восстановление функции по преобразованию Фурье);
- преобразование Лапласа и его применения (нахождение изображения и оригинала, решение дифференциальных уравнений при помощи операционного исчисления).

Контрольная работа по проверке теоретических знаний – по всем темам, с использованием указанных выше контрольных вопросов.

7.4. Образец содержания экзаменационного билета:

1. Ограниченность и равномерная непрерывность преобразования Фурье. Лемма Римана-Лебега. Преобразование Фурье чётных и нечётных функций.
2. Найдите преобразование Фурье функции

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x^2, & |x| \leq 1 \\ 0, & |x| > 1. \end{cases}$$

3. При помощи операционного исчисления (преобразования Лапласа) решите задачу Коши

$$y'' - y' = \sin x, y(0) = 0, y'(0) = 1.$$

В случае ведения учебного процесса с использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий, содержание билета может отличаться от приведенного.

8. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ БАЛЛОВ, КОТОРЫЕ ПОЛУЧАЮТ ОБУЧАЮЩИЕСЯ

Общая оценка знаний обучающихся по дисциплине проводится по 100-балльной шкале исходя из максимума, приведенного в таблице ниже. Организационно-учебная работа в аудитории оценивается на основе таких критериев как посещаемость занятий, своевременное и качественное выполнение домашних заданий, активность во время проведения лекционных и практических занятий (участие в обсуждении текущего и пройденного материала, решение задач и т.п.).

По результатам работы в семестре обучающийся, набравший не менее 60 баллов, имеет право получить оценку. Те, кого набранные баллы не устраивают, сдают экзамен. Максимальное количество баллов за экзамен – 100. Оценка за семестр вычисляется как максимальная из полученных за семестр и на экзамене и выставляется согласно принятому порядку.

8.1. Семестр 1

Номера разделов	Виды работ	Максимальное количество баллов
1-4	Организационно-учебная работа в аудитории	5
	Самостоятельная работа	5
	Контрольные работы по практике	50
	Контрольная работа по теоретическому материалу	40
ИТОГО		100
Экзамен		100
Общий итог за семестр		100

Соответствие баллов оценке

Количество баллов из 100	ECTS	Оценка по пятибалльной шкале	
		Экзамен, дифференцированный зачет	Зачет
90-100	A	отлично	зачтено
80-89	B	хорошо	зачтено
75-79	C		зачтено
70-74	D	удовлетворительно	зачтено
60-69	E		зачтено
35-59	FX	неудовлетворительно	не зачтено
0-34	F		не зачтено

9. ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ДЛЯ ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ И ИНВАЛИДОВ

В ходе реализации дисциплины используются следующие дополнительные методы обучения, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в зависимости от их индивидуальных особенностей:

- 1) для слепых и слабовидящих:
 - лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
 - для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство; возможно также использование собственных увеличивающих устройств;
 - письменные задания оформляются увеличенным шрифтом.
- 2) для глухих и слабослышащих:
 - лекции оформляются в виде электронного документа;
 - письменные задания выполняются на компьютере в письменной форме;
 - экзамен проводится в письменной форме на компьютере; возможно проведение в форме тестирования.
- 3) для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
 - лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
 - письменные задания выполняются на компьютере;
 - экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

При необходимости предусматривается увеличение времени для подготовки ответа.

Процедура проведения промежуточной аттестации для обучающихся устанавливается с учётом их индивидуальных психофизических особенностей. Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Обеспечивается доступ к информационным и библиографическим ресурсам в сети Интернет для каждого обучающегося в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

- 1) для слепых и слабовидящих:
 - в печатной форме увеличенным шрифтом;
 - в форме электронного документа;
- 2) для глухих и слабослышащих:
 - в печатной форме;
 - в форме электронного документа.

- 3) для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
 - в печатной форме;
 - в форме электронного документа.

10. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Учебные занятия проводятся в Главном корпусе ДонГУ (г. Донецк, пр. Гурова, 6). Для проведения лекционных и практических занятий требуется аудитория, оборудованная меловой или маркерной доской, мультимедийный проектор и экран, ноутбук, комплект учебной мебели для студентов, рабочее место преподавателя, выход в Интернет – проводной или с использованием Wi-Fi.

Для самостоятельной работы используются текстовые и электронные ресурсы Научной библиотеки университета и других электронных библиотечных баз данных, учебно-методическое обеспечение, представленное в учебно-методическом кабинете Главного корпуса (ауд.405).

Обучающиеся имеют возможность использовать учебные материалы по дисциплине, размещенные на платформе Moodle Центра дистанционного образования ФГБОУ ВО «ДонГУ». При изучении дисциплины применяются электронное обучение и дистанционные образовательные технологии.

С использованием ресурсов платформы дистанционного образования осуществляется текущий контроль знаний обучающихся на основе тестирования и проверки результатов самостоятельной работы.

11. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

11.1. Основная литература

1. Волчков В.В. Преобразование Фурье [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.В. Волчков, Вит.В. Волчков – Донецк: ДонНУ, 2017. – Электронные данные (1 файл)
2. Машаров П.А. Классические интегральные преобразования [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие / П.А. Машаров, Н.П. Волчкова – Донецк: ДонНУ, 2017. – Электронные данные (1 файл).
3. Интегральные преобразования: учебное пособие / В.В. Волчков, Вит.В. Волчков, Н.П. Волчкова, П.А. Машаров – 2-е изд., изм. и доп. – Донецк: ДонНУ, 2019. – 204 с.
4. Волков, И. К. Интегральные преобразования и операционное исчисление : Учеб. для студентов втузов / И. К. Волков, А. Н. Канатников ; Под ред. В. С. Зарубина и А. П. Крищенко. - М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 1999. – 228 с.

11.2. Дополнительная литература

5. Колмогоров, А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин ; Моск. гос. - 7-е изд. - М. : Физматлит, 2004. - 570 с.
6. Краснов М.Л. Операционное исчисление. Теория устойчивости: Задачи и примеры с подробными решениями: Учебное пособие / М.Л. Краснов, А.И. Киселев, Г.И. Макаренко – изд. 3-е, испр. и доп. – Москва: Едиториал УРСС. – 2003. – 176 с.

12. ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕСУРСЫ

1. **Национальная электронная библиотека (НЭБ):** федеральная государственная информационная система / Министерство Культуры РФ; Российская государственная библиотека. – Москва, 2019- . – URL: <https://rusneb.ru/> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: свободный, подписка. Необходима установка программного обеспечения. – Текст: электронный.

2. **eLIBRARY.RU**: научная электронная библиотека: сайт. – Москва, 2000- . – URL: <https://elibrary.ru> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.
3. Научная электронная библиотека **«КиберЛенинка»**: сайт / Ассоциация «Открытая наука». – Москва, 2014- . – URL: <https://cyberleninka.ru/>. – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.
4. Электронно-библиотечная система **«Лань»**: [сайт]. – URL: <https://e.lanbook.com> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.
5. **ЭБС Юрайт**: электронная библиотечная система: сайт. – Москва, 2013. – URL: <https://biblio-online.ru> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.
6. **Электронно-библиотечная система ДонГУ**: сайт / ФГБОУ ВО «ДонГУ». – Донецк, 2016- . – URL: <http://library.donnu.ru/> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.
7. **Электронный каталог** Научной библиотеки ДонГУ: раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://library.donnu.ru/catalog/> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: поиск свободный, электронные документы – для пользователей ДонГУ.
8. **Электронный архив ДонГУ**: раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://repo.donnu.ru/> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: свободный.

13. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

1. Windows 7 PRO (корпоративная лицензия ДонГУ № 46484614)
2. Microsoft Office (корпоративная лицензия ДонГУ № 46472919)
3. Microsoft Visual Studio (лицензия программы Dream Spark для высших учебных заведений)
4. Антивирус Касперского, Adobe Acrobat Reader, xPDF (лицензии GPL, Apache, BSD для свободного программного обеспечения).